E CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES
ECOLE CENTRALE DE LYON

ECOLE SUPERIEURE D'ELECTRICITE
ECOLE SUPERIEURE D'OPTIQUE

M

Concours d'Admission 1976

MATHEMATIQUES II

I *Soient E un espace vectoriel euclidien orienté, rapporté à une base orthonormée, directe, b = $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, et A un espace affine associé, rapporté à un repère* $\tau = (O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. *Soit S le point défini par* $\overrightarrow{OS} = s\vec{k}$, *et C l'ellipse ensemble des points M définis par :* $\overrightarrow{OM} = a(1 + \cos\theta)\,\vec{i} + b \sin\theta\,\vec{j}$, *ε, a et b désignant trois paramètres strictement positifs, et θ une variable réelle.*

1°) *Etablir, dans* $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, *l'équation cartésienne de l'ellipse C . L'ensemble des droites qui contiennent S et qui rencontrent C définit une surface conique Σ . Etablir son équation cartésienne dans τ .*

2°) *Soit I le point défini par* $\overrightarrow{OI} = s\,\mathrm{tg}\psi\,\vec{i}$, *quand on donne au paramètre ψ une valeur choisie dans l'intervalle* $\left]0, \frac{\pi}{4}\right[$.
On désigne par $(\Sigma_{\varepsilon,\psi})$ *la famille des cônes de révolution de sommet S , qui contiennent la droite SO , et qui ont pour axes respectifs les droites SI. Déterminer les conditions nécessaires et suffisantes liant a, b, s et ψ , pour que Σ appartienne à* $(\Sigma_{\varepsilon,\psi})$. *En déduire la condition nécessaire et suffisante liant a, b et s , pour que Σ soit de révolution.*

3°) *Dans le cas particulier où a = b , C est un cercle. Montrer qu'il existe alors deux familles de cercles, intersections avec Σ des plans appartenant respectivement à deux familles de plans parallèles à* $(O ; \vec{j})$

4°) *On revient au cas général, où a et b ne sont pas nécessairement égaux. Déterminer, selon les valeurs relatives des paramètres a, b et s , l'existence des familles de plans parallèles à* $(O ; \vec{j})$ *et coupant Σ suivant un cercle.*

II - *Soit un solide, que l'on assimile à un espace affine euclidien A'. On considère l'ensemble* $\mathcal{M}$ *des mouvements de A' relativement à A qui possèdent la propriété suivante :*
Il existe une droite D de A' qui passe constamment par S et il existe un point P de D qui décrit l'ellipse C suivant une loi définie par une fonction réelle, deux fois continûment dérivable du temps t : $t \longmapsto \theta(t)$.

1°) *En considérant un mouvement arbitraire appartenant à* $\mathcal{M}$ (a, b, s, θ), *partie de* $\mathcal{M}$ *définie par le choix des valeurs des paramètres a, b, s, et par le choix de la fonction* $t \longmapsto \theta(t)$, *déterminer la vitesse* $\vec{V}_Q$ *du point Q de D qui coïncide avec S à l'instant t.*

.../...

2°) *Déterminer les conditions imposées aux composantes des vecteurs* $\vec{\Omega}(t) = p(t)\,\vec{i} + q(t)\,\vec{j} + r(t)\,\vec{k}$ *des rotations instantanées des mouvements appartenant à* $\mathcal{M}(a, b, s, \theta)$. *Exprimer* p *et* q *en fonction de* r.
μ_1 *et* μ_2 *désignant deux mouvements appartenant à* $\mathcal{M}(a, b, s, \theta)$, *définis respectivement par* $t \longmapsto r_1(t)$ *et par* $t \longmapsto r_2(t)$, *quel mouvement faut-il composer avec* μ_1 *pour obtenir* μ_2 ?

3°) *Dans l'hypothèse où* Σ *est de révolution, on considère le mouvement du mobile* m *dont la trajectoire par rapport à* A *est portée par un cercle* Γ *de* Σ, *et dont la trajectoire par rapport à* A' *est portée par* D. *Montrer que la vitesse de* m *par rapport à* A *s'exprime simplement au moyen des vitesses* $\vec{V}_U$ *et* $\vec{V}_Q$ *par rapport à* A *des points* U *et* Q *de* D *qui coïncident, à l'instant* t, *respectivement avec* m *et avec* S.
Le point U *étant défini par*

$$\vec{PU} = u\,\frac{\vec{PQ}}{\|\vec{PQ}\|} = u\,\vec{K}\ ,\ \text{calculer}\ \vec{V}_U - \vec{V}_P\ .$$

4°) *Dans l'hypothèse où* $a = b$, *on considère le mouvement* μ_o, *défini dans* $\mathcal{M}(a, a, s, \theta)$ *en assujettissant un plan* Π, *contenant* D, *de* A', *à demeurer constamment tangent au cercle* C *(et par conséquent tangent à* Σ *).*
Déterminer le vecteur $\vec{\Omega}_o(t)$ *de la rotation instantanée de ce mouvement.*

F I N

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail